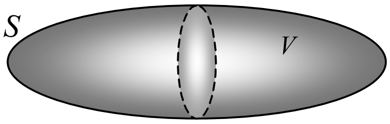
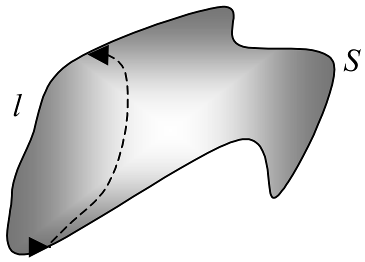
Teorema della divergenza: il flusso $\Phi_S(\mathbf{v})$ del vettore **v** attraverso una superficie chiusa qualsiasi *S* è uguale all'integrale della div **v** esteso a tutto il volume *V* racchiuso da *S*; ossia:

$$\boxed{\Phi_S(\mathbf{v}) = \int_S \mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{n}}\; dS = \int_V div\;\mathbf{v}\; dV}$$



Teorema di Stokes o della circuitazione: la circuitazione del vettore **v** lungo una linea chiusa *l* è sempre uguale al flusso del vettore rot **v** attraverso una qualsiasi superficie *S* avente per contorno la linea *l*; ossia:

$$\boxed{C_\gamma(\mathbf{v}) = \oint_\gamma \mathbf{v}\cdot d\mathbf{l} = \int_S rot\;\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{n}}\; dS = \Phi_S(rot\;\mathbf{v})}$$



Legge di Coulomb (nel vuoto per cariche puntiformi).

$$F = k\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r^2} \quad Newton \qquad \text{con} \quad k = 10^{-7}\cdot c^2 = 8{,}98755179\cdot 10^9 \quad kg\cdot m^3\cdot s^{-2}\cdot C^{-2}$$

con $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ e quindi $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = \frac{10^7}{4\pi c^2} = 8{,}85418781\cdot 10^{-12} \quad kg^{-1}\cdot m^{-3}\cdot s^2\cdot C^2$

$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{r^2} \quad Newton}$$

Campo elettrico (nel vuoto).

$$\mathbf{F} = \mathbf{E_0}\cdot q$$

Campo elettrico generato da una carica puntiforme Q (nel vuoto).

$$\mathbf{E_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r^2}\cdot\hat{\mathbf{r}} \qquad \frac{Newton}{Coulomb}\left(=\frac{Volt}{metro}\right)$$

Potenziale elettrostatico generato da una carica puntiforme (nel vuoto).

$$V_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r} \qquad \frac{Joule}{Coulomb} = Volt$$

Energia potenziale .

$U(r) = q\cdot V_0(r)$ *Joule* — energia potenziale della carica q quando essa è posta nel punto in cui il potenziale ha il valore $V_0(r)$.

Campo elettrico e potenziale elettrostatico generato da più cariche puntiformi (nel vuoto).

$$\mathbf{E_0} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_i}{r_i^2} \cdot \hat{\mathbf{r}}_\mathbf{i} \quad \frac{Newton}{Coulomb} \qquad \text{e} \qquad V_0(P) = \sum_{i=1}^{N} V_{0i} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_i}{r_i} \quad Volt$$

Densità dell'elettricità.

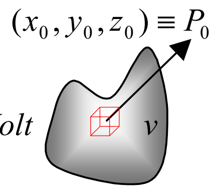
$$\rho = \frac{dq}{dv} \quad \frac{Coulomb}{metro^3}$$ densità cubica dell'elettricità

$$\sigma = \frac{dq}{dS} \quad \frac{Coulomb}{metro^2}$$ densità superficiale dell'elettricità

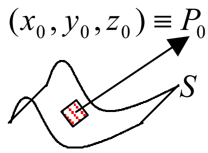
$$\lambda = \frac{dq}{dl} \quad \frac{Coulomb}{metro}$$ densità lineare dell'elettricità

Potenziale elettrostatico generato da distribuzioni continue di carica.

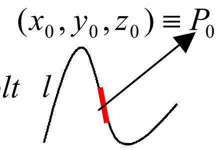
$$V_0(P_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \int_v \frac{\rho(x,y,z)\, dv}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \int_v \frac{\rho(x,y,z)\, dx\, dy\, dz}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}} \quad Volt$$



$$V_0(P_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_S \frac{\sigma(x,y,z)\, dS}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_S \frac{\sigma(x,y,z)\, dS}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}} \quad Volt$$

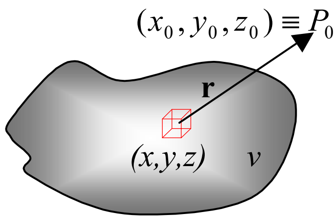


$$V_0(P_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_l \frac{\lambda(x,y,z)\, dl}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \int_l \frac{\lambda(x,y,z)\, dl}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}} \quad Volt$$



Campo elettrico generato da distribuzioni continue di carica.

$$\mathbf{E_0}(P_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_v \frac{\rho(x,y,z)}{r^2} \hat{\mathbf{r}}\, dx\, dy\, dz \quad \frac{Newton}{Coulomb}$$



le cui componenti sono date da:

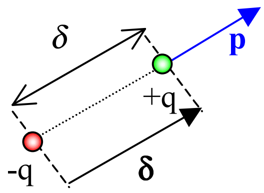
$$E_{0x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_v \frac{\rho(x,y,z)(x-x_0)\, dx\, dy\, dz}{\left[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2\right]^{\frac{3}{2}}}, \; E_{0y} = \ldots, \; E_{0z} = \ldots$$

In ogni caso si ha:

$$\boxed{\mathbf{E_0} = -grad\, V_0}$$

Dipolo elettrico.
Si chiama *dipolo elettrico* un sistema costituito da due cariche puntiformi uguali e di segno opposto +q e –q, poste ad una distanza δ .
Si chiama *momento elettrico del dipolo* il vettore di modulo $p = q \cdot \delta$ avente la direzione ed il verso che dalla carica –q alla carica +q (cioè $\mathbf{p} = q \cdot \boldsymbol{\delta}$).
Il potenziale di un dipolo è:

$$V_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{r^3}$$



Potenziale di una distribuzione discreta di cariche.

$$V_0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{R}}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \quad \text{dove } Q = \sum_{i=1}^{N} q_i \quad \text{e} \quad \mathbf{p} = \sum_{i=1}^{N} q_i \, \mathbf{d_i} \quad \text{(momento elettrico di dipolo del sistema)}$$

Se il dipolo è immerso in un campo elettrico **E** uniforme la si ha un momento torcente rispetto al centro di massa che tende a ruotare il dipolo fino a portare **p** ad essere allineato con **E**. Il suo valore è:

$$\boxed{\mathbf{M} = \mathbf{p} \wedge \mathbf{E}}$$

N.B. Se il campo elettrico in cui è immerso il dipolo non è uniforme la forza netta non è più nulla ed il dipolo oltre a ruotare trasla.

L'energia potenziale è: $\boxed{U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}}$

Teorema di Gauss: ogni qual volta il campo elettrico è generato da più cariche, il flusso del vettore $\mathbf{E_0}$, uscente da una superficie S chiusa, è sempre dato da:

$$\boxed{\Phi_S(\mathbf{E_0}) = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} Q_i}$$

dove la sommatoria va estesa a tutte e sole le cariche interne ad S.
Se le cariche che generano il campo sono distribuite con continuità nello spazio e $\rho(x, y, z)$ è la loro densità il flusso del vettore $\mathbf{E_0}$ uscente da S è dato da:

$$\boxed{\Phi_S(\mathbf{E_0}) = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_v \rho(x, y, z)\, dx\, dy\, dz}$$

dove l'integrale di volume è esteso al volume racchiuso dalla superficie S.
In forma differenziale si ha:

$$\boxed{div\ \mathbf{E_0} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$ valida in ogni punto dello spazio vuoto.

Teorema di Coulomb: in un punto P infinitamente vicino alla superficie di un conduttore il modulo del vettore $\mathbf{E_0}$ è uguale alla densità superficiale di carica nelle vicinanze del punto P divisa per ε_0 .

$$|\mathbf{E_0}| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Capacità di un conduttore.

$$C = \frac{Q}{V} \quad \frac{Coulomb}{Volt} = Farad$$

Capacità di un conduttore sferico isolato di raggio R.

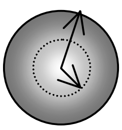
$$C = 4\pi\varepsilon_0 R$$

Capacità di un condensatore.

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad Farad$$

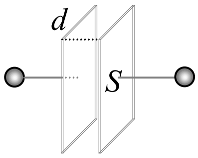
Capacità di condensatori particolari.

$$C_{sferico} = \frac{4\pi\varepsilon_0 \, R_1 \, R_2}{R_2 - R_1}$$



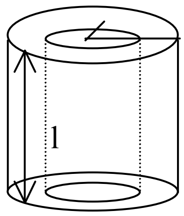
con $R_2 > R_1$

$$C_{piano} = \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d}$$



con d distanza tra le armature

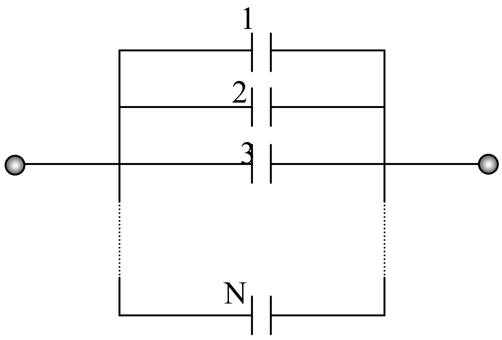
$$C_{cilindrico} = \frac{2\pi\varepsilon_0 \, l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$



con $R_2 > R_1$ ed $l >> R_2 - R_1$

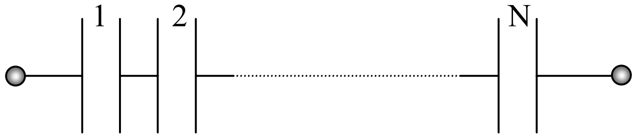
Condensatori in parallelo.

$$C_{tot} = \sum_{i=1}^{N} C_i$$



Condensatori in serie.

$$\frac{1}{C_{tot}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i} \quad \text{da cui} \quad C_{tot} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}}$$



Energia elettrostatica di un condensatore.

$$W = U = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot (V_{02} - V_{01}) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (V_{02} - V_{01})^2 \quad Joule$$

Densità di energia.

$$w = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0^{\;2} \qquad \frac{Joule}{metro^3}$$

Energia potenziale elettrostatica di una distribuzione di cariche.

$$W = U = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_i \cdot q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} q_j \cdot V_{0j} \qquad Joule$$ (distribuzione discreta)

visto che: $V_{0j} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_{ij}} \qquad Volt$

$$W = U = \frac{1}{2} \cdot \int_v \rho \cdot V \cdot dv \qquad Joule$$ (distribuzione continua su una regione di spazio)

$$W = U = \frac{1}{2} \cdot \int_S \sigma \cdot V \cdot dS \qquad Joule$$ (distribuzione continua su una superficie)

Corrente elettrica.

$i = \frac{dq}{dt}$; $\quad i = \int_S \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, dS = \Phi_S(\mathbf{J})$ intensità di corrente

$J = \frac{dq}{dt \cdot dS_\perp} \qquad \mathbf{J} = \sum_{k=1}^{N} n_k \cdot q_k \cdot \mathbf{v}_k$ densità di corrente

$div\, \mathbf{J} = \nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ equazione di continuità della corrente elettrica

nel caso di corrente stazionaria il vettore **J** è sempre solenoidale, cioè:

$$div\, \mathbf{J} = \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

Legge di Ohm.
In un *conduttore metallico* si ha:

$$\Delta V = V_{02} - V_{01} = R\, i$$

$R = \rho \frac{l}{S}$ $\quad \rho$ è la *resistenza specifica o resistività*, l la *lunghezza* del conduttore, ed S la *sezione* del conduttore. R si misura in $ohm = \frac{Volt}{Ampere}$.

Legge di Ohm in forma locale.

$\mathbf{E} = \rho\, \mathbf{J}$ oppure $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ con ρ *resistività* e $\sigma = \frac{1}{\rho}$

Conduttori in serie.

$$R_{tot} = \sum_{k=1}^{N} R_k$$

Conduttori in parallelo.

$$\frac{1}{R_{tot}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{R_k} \quad \text{cioè} \quad R_{tot} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{R_k}}$$

Legge di Joule.

$$dW = (V_2 - V_1)\, dq = (V_2 - V_1)\, i\, dt \quad Joule$$

per un conduttore per il quale valga la legge di Ohm, tale legge può scriversi:

$$dW = \frac{(V_2 - V_1)^2}{R} i\, dt = i^2 R\, dt \quad Joule$$

l'energia che si sviluppa nell'unità di tempo nel conduttore, ossia la *potenza* è:

$$P = \frac{dW}{dt} = (V_2 - V_1)\, i \quad Watt \left(= \frac{Joule}{\sec ondo} \right)$$

e nel caso valga la legge di Ohm si ha:

$$P = \frac{(V_2 - V_1)^2}{R} i = i^2 R$$

Leggi di Kirchhoff.

$$\boxed{\sum_{k=1}^{N} i_k = 0}$$ prima legge

$$\boxed{\sum_{k=1}^{N} f_k = \sum_{k=1}^{N} i_k R_k}$$ seconda legge

Il campo magnetostatico nel vuoto.

$\mathbf{F} = i\,\mathbf{l} \wedge \mathbf{B_0}$ forza che si esercita su un filo rettilineo di lunghezza l percorso da corrente di intensità i (supponendo che $\mathbf{B_0}$ non vari sensibilmente lungo il tratto l).

$d\mathbf{F} = i\, d\mathbf{l} \wedge \mathbf{B_0}$ **II formula di Laplace**

$\mathbf{F} = \int_\gamma i\, d\mathbf{l} \wedge \mathbf{B_0}$ forza esercitata su un filo percorso dalla corrente di intensità i e di forma γ

$\mathbf{F} = q\mathbf{E_0} + q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B_0}$ forza totale agente su una carica posta in un campo elettromagnetico

$\mathbf{B_0} = \dfrac{\mu_0}{2\pi\, r} i\, \hat{\mathbf{l}} \wedge \hat{\mathbf{r}} = \dfrac{\mu_0}{2\pi} i \dfrac{\hat{\mathbf{l}} \wedge \mathbf{r}}{r^2}$ **Legge di Biot e Savart (in forma vettoriale)**

$d\mathbf{B_0} = \dfrac{\mu_0}{4\pi\, r^2} i\, d\mathbf{l} \wedge \hat{\mathbf{r}} = \dfrac{\mu_0}{4\pi\, r^3} i\, d\mathbf{l} \wedge \mathbf{r}$ **I formula di Laplace**

$\mathbf{B_0} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} i \int_\gamma \dfrac{d\mathbf{l} \wedge \hat{\mathbf{r}}}{r^2} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} i \int_\gamma \dfrac{d\mathbf{l} \wedge \mathbf{r}}{r^3}$ campo magnetico generato da un filo percorso dalla corrente di intensità i e di forma γ

$\mathcal{B}_\mathbf{0} = \varepsilon_0\, \mu_0\, \mathbf{v} \wedge \mathcal{E}_\mathbf{0}$

$\mathbf{M} = \mathbf{m} \wedge \mathbf{B_0}$

$U = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B_0}$

$\mathbf{f_2} = \dfrac{\mathbf{F_2}}{l_2} = -\dfrac{\mu_0 \cdot i_1 \cdot i_2}{2\pi\, r} (\mathbf{l_1} \cdot \mathbf{l_2}) \cdot \hat{\mathbf{r}}$ forza per unità di lunghezza che si esercita tra due fili rettilinei indefiniti e paralleli

$C_\gamma(\mathbf{B_0}) = \mu_0 \cdot \sum i$ **Teorema di Ampere**

$\nabla \cdot \mathbf{B_0} = \mu_0\, \mathbf{J}$ **Teorema di Ampere in forma differenziale**

$\mathbf{H_0} = \dfrac{\mathbf{B_0}}{\mu_0}$ *Vettore intensità di campo magnetico*

Legge di Hopkins.

$N\, i = \mathcal{R}\, \Phi_S(\mathbf{B})$ con $\mathcal{R} = \int_\gamma \dfrac{dl}{\mu\, S}$ *riluttanza*

$i = -\dfrac{1}{R} \cdot \dfrac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$ **intensità di corrente**

$f = -\dfrac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$ **f.e.m. indotta**

In un circuito per μ costante si ha:

$\Phi(B) = L\, i \quad Weber$ da cui $L = \dfrac{\Phi(B)}{i} \quad ohm \cdot secondo$

Santi

Sito Web: http://web.tiscalinet.it/santi
E-mail: santiboom@hotmail.com