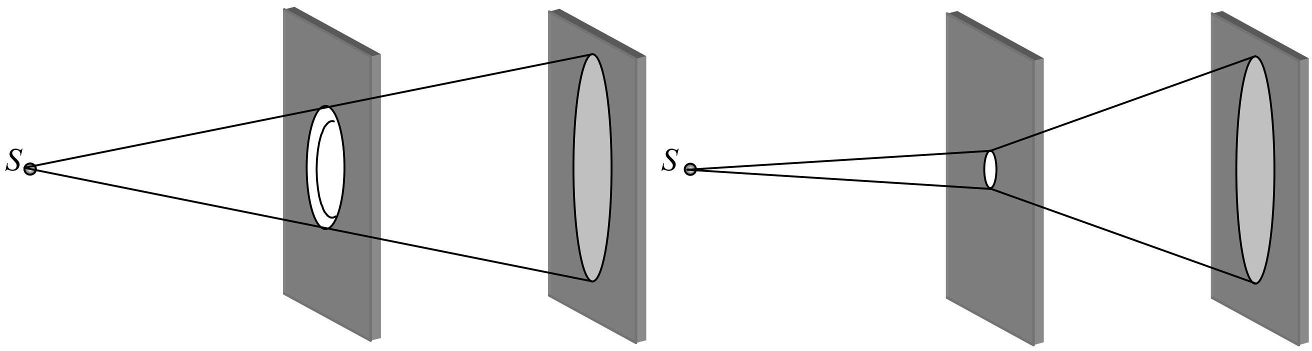
DIFFRAZIONE

La diffrazione.
I fenomeni di diffrazione consistono in distribuzioni particolari dell'ampiezza (e dell'intensità) della perturbazione trasmessa per onde, che hanno la loro origine in limitazioni spaziali dei fronti d'onda delle onde che vanno dalla sorgente all'osservatore, imposte da ostacoli frapposti o dalle dimensioni finite di alcune sorgenti.
Queste particolari distribuzioni si presentano in maniera molto evidente solo quando le dimensioni dell'oggetto (ostacolo, sorgente) che produce una limitazione ai fronti d'onda risultino paragonabili con la lunghezza d'onda λ della perturbazione stessa, intendendosi con dimensioni lineari fino a circa 10λ. Se si tiene conto che le lunghezze d'onda del suono nell'aria hanno valori nei limiti da circa 15 metri a qualche millimetro mentre quelle della luce da 0,4 a 0,7 mm si comprende come i fenomeni di diffrazione assumano nell'ambiente che ci circonda una importanza molto più rilevante nel caso acustico di quanto non sia nel caso della luce. Questo porta di conseguenza che nel caso della luce è molto più esteso il campo di applicazione della approssimazione di propagazione geometrica della perturbazione.

I problemi di diffrazione vanno trattati mediante l'impiego del principio di Huygens.
I fenomeni di diffrazione non vanno confusi con quelli di interferenza.
Nel seguito supporremo di avere a che fare con onde monocromatiche.

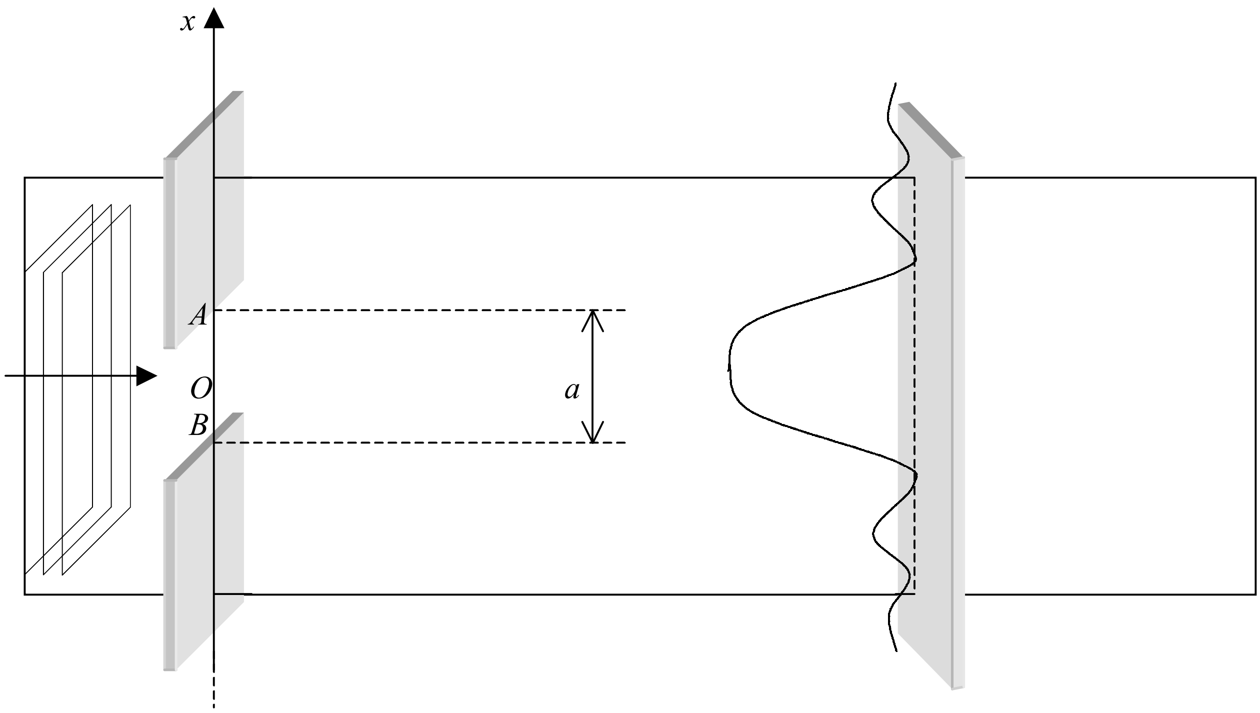


Fenomeni di Fresnel e Fraunhofer.
Il caso comune del fenomeno di diffrazione è quello nel quale la sorgente e lo schermo sul quale si esamina la distribuzione della perturbazione (figura di diffrazione) si trovano a *distanza finita* dall'ostacolo: si parla di *diffrazione di Fresnel*. La trattazione matematica del problema è di solito piuttosto complessa.
Il caso di considerevole interesse per le applicazioni in apparati ottici è quello in cui tanto la distanza sorgente-ostacolo, quanto quella ostacolo-piano di osservazione siano rese *infinite*; ciò significa che l'ostacolo è investito da onde piane e che onde piane raggiungono i singoli punti dello schermo di osservazione (in ciascun punto P giungono solo raggi paralleli). Questo caso particolare di diffrazione prende il nome di *diffrazione di Fraunhofer*. La trattazione matematica della diffrazione di Fraunhofer è molto più semplice di quella di Fresnel.

Il principio di Huygens.
I punti che vengono raggiunti ad un certo istante t dal fronte di un'onda elettromagnetica divengono a loro volta centri di onde sferiche elementari di raggio $dr = v\,dt$*, dove v è la velocità di propagazione della luce; l'inviluppo di queste onde elementari rappresenta la superficie di onda al tempo* $t + dt$*. Il valore al tempo* $t + dt$ *del campo elettrico in ogni punto si ottiene componendo i campi elettrici delle singole onde sferiche elementari.*

N.B. Questo metodo fornisce in realtà due fronti d'onda, uno dei quali, riferentesi ad un'onda che si propaga in verso opposto a quello a quello dell'onda originaria, va scartato come privo di significato fisico.

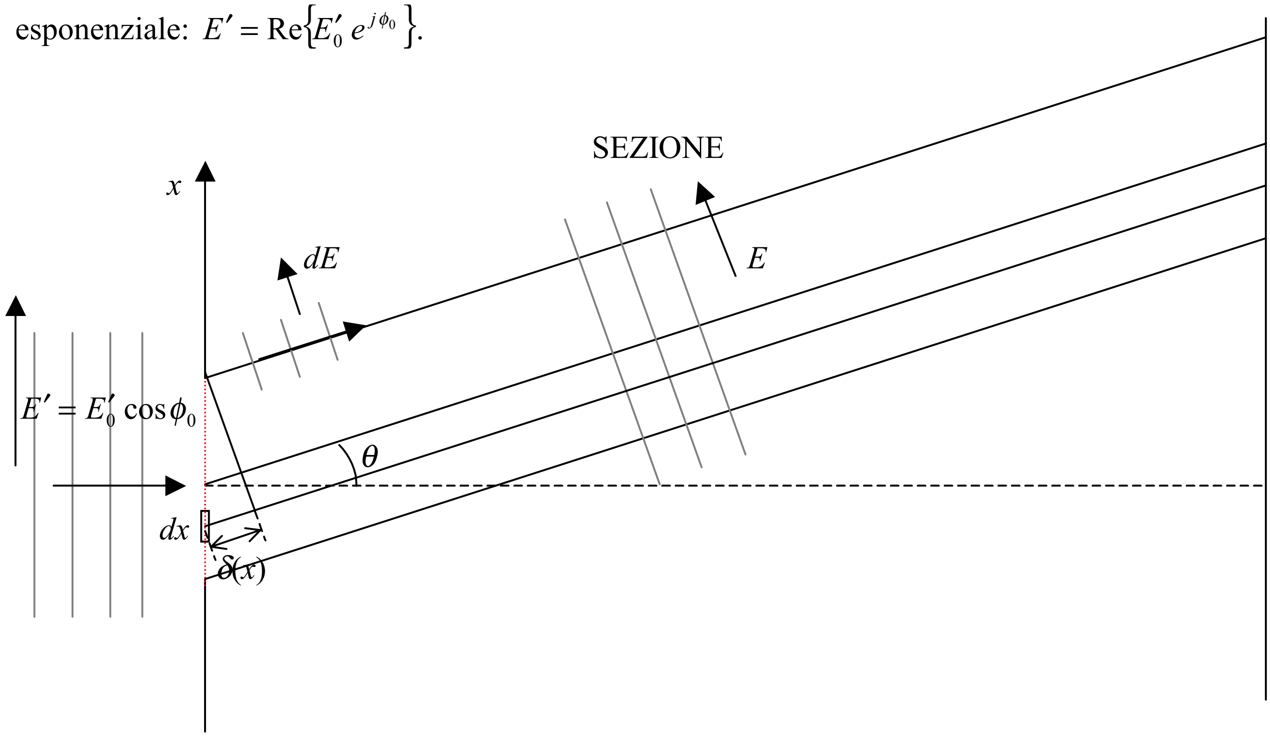
Diffrazione da una fenditura.



Cominceremo con il vedere in base a semplici considerazioni le ragioni fisiche della comparsa delle frange nella maniera osservata e faremo in seguito il calcolo che consente l'analisi dei risultati sperimentali.
TRATTAZIONE QUALITATIVA.
Si consideri la figura di sopra: la fenditura sia illuminata da un fascio di onde piane che incida normalmente al piano della fenditura. I punti della fenditura si trovano sullo stesso fronte d'onda e quindi le ondine (onde secondarie) che si devono considerare nell'applicazione del principio di Huygens procedono da tali punti partendo *in fase*. Dovendosi considerare la interferenza di tali onde su un piano (schermo) a distanza infinita, si può sostituire a ciascuna onda sferica un insieme di raggi (onde piane procedenti nella direzione di ciascun raggio); inoltre in ciascun punto dello schermo interferiscono raggi che partono paralleli dai punti della fenditura. Data la lunghezza (in direzione normale ad *AB*) molto grande della fenditura (supposta praticamente infinita), potremo svolgere le nostre considerazioni considerando, per determinare i valori della perturbazione in punti dello schermo nel piano della figura, esclusivamente le onde procedenti dai punti della fenditura giacenti nel piano della figura stessa (tratto *AB*): tali considerazioni restano qualitativamente invariate, per ragioni di simmetria, qualora si consideri tutta la fenditura ed i valori della perturbazione in questo secondo caso sono proporzionali a quelli ottenuti nel primo.
Se si considera l'ampiezza della perturbazione in P_0, posto sull'asse della fenditura, occorre considerare l'interferenza di onde piane (raggi) provenienti dai punti della fenditura e propagantisi nella direzione dell'asse stesso: tutte queste onde sono emesse in fase, e, poiché percorrono la stessa

distanza, giungono in P_0 in fase: l'interferenza è costruttiva e l'ampiezza della disturbanza ha il valore massimo possibile giacché tutti i contributi si sommano in fase.
Consideriamo ora sullo schermo un punto *P*, tale che la differenza dei percorsi dei raggi provenienti dagli estremi della fenditura (*A* e *B*) sia λ. In tal caso il contributo del raggio proveniente dall'estremo *A* e quello dal centro *O* della fenditura (poiché la differenza di percorso è $\frac{\lambda}{2}$) sono in opposizione di fase fra loro e danno contributo totale nullo; lo stesso accade per i raggi provenienti da coppie di punti della fenditura che si trovano di una stessa quantità al di sotto di *A* e di *O*; si conclude che l'interferenza di tutte le onde che dai punti della fenditura giungono in *P* è tale che la perturbazione ottica è nulla. Lo stesso accade per tutti quei punti sullo schermo in cui giungono raggi paralleli aventi una direzione tale che la differenza di percorso fra i raggi provenienti dagli estremi della fenditura (*A* e *B*) è pari ad un multiplo intero di λ (λ, 2λ, 3λ, ecc.). Se si considera un punto sullo schermo per il quale accade che la differenza di percorso dei raggi provenienti da *A* e *B* ha un valore diverso da $n\lambda$ (con *n* intero) è facile vedere che la perturbanza ottica è diversa da zero, ma inferiore a quella in P_0.

TRATTAZIONE QUANTITATIVA.
Supponiamo che *un'onda piana monocromatica* del tipo $E' = E_0' \cos\phi_0$ ed usando la notazione esponenziale: $E' = \mathrm{Re}\{E_0' \, e^{j\phi_0}\}$.



Suddividiamo la fenditura in tanti trattini infinitesimi *dx*, così da poter considerare i trattini come sorgenti puntiformi ai quali possiamo associare un campo elettrico *dE*; l'inviluppo ci fornisce il fronte d'onda.

$$dE = A\,dx\,e^{j[\phi_0 + k\,\delta(x)]} = A\,dx\,e^{j\phi(x)}$$

dove: $A = \frac{E_0}{a}$, con E_0 ampiezza del campo elettrico totale al di là della fenditura.

$k\,\delta(x)$ differenza di fase nel generico punto *x* (in questo caso $\Delta_\alpha = 0$ poiché le onde secondarie partendo dai punti di un fronte d'onda sono in fase; così la differenza di fase è dovuta solo alla differenza di cammino).
ϕ_0 è la fase del campo E_0' nel punto $x = 0$.
La differenza di cammino $\delta(x)$ è:

$$\delta(x) = x \operatorname{sen}\theta$$

quindi:

$$k\,\delta(x) = \frac{2\pi}{\lambda} x \operatorname{sen}\theta$$

da cui:

$$dE = A e^{j\phi_0} dx\, e^{j\frac{2\pi}{\lambda} x \operatorname{sen}\theta} \;\Rightarrow\; E(\theta) = A e^{j\phi_0} \int_0^a e^{j\frac{2\pi}{\lambda} x \operatorname{sen}\theta} dx$$

e rendendo l'integrale simmetrico adoperando una traslazione dell'asse delle x possiamo scrivere equivalentemente:

$$E(\theta) = A e^{j\phi_0} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda} x \operatorname{sen}\theta} dx$$

e ponendo: $\boxed{F(\theta) = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda} x \operatorname{sen}\theta} dx}$ <u>*fattore di forma*</u>

scriviamo:

$$E(\theta) = A e^{j\phi_0} F(\theta)$$

Vediamo ora come possiamo scrivere il fattore di forma; innanzi tutto osserviamo:

$$j\frac{2\pi}{\lambda} x \operatorname{sen}\theta \frac{a}{a} = j\frac{2x\alpha}{a}$$

avendo posto:

$$\boxed{\alpha = \frac{\pi}{\lambda} a \operatorname{sen}\theta}$$

dove $\frac{a}{\lambda}$ è la parte più importante in quanto confronta la lunghezza della fenditura (a) con la lunghezza d'onda (λ).

$$F(\theta) = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} e^{j\frac{2x\alpha}{a}} dx$$

e risolvendo per sostituzione ponendo:

$$t = j\frac{2x\alpha}{a}$$

$$dt = j\frac{2\,dx\,\alpha}{a} \;\Rightarrow\; dx = \frac{a}{2j\alpha}$$

$$x = \frac{a}{2} \;\Rightarrow\; t = j\alpha$$

$$x = -\frac{a}{2} \;\Rightarrow\; t = -j\alpha$$

$$F(\theta) = \frac{a}{2j\alpha}\int_{-j\alpha}^{j\alpha} e^t dt = \frac{a}{\alpha}\frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j} = a\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}$$

Il campo elettrico così è dato da:

$$E(\theta) = A e^{j\phi_0} F(\theta) = \frac{E_0}{a} e^{j\phi_0} a \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} = E_0 e^{j\phi_0} \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}$$

e tornado alla notazione algebrica:

$$E(\theta) = E_0 \cos\phi_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}$$

Passiamo adesso all'intensità dell'onda ricordando che:

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} < E^2 >_T$$

$$I(\theta) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} < E^2(\theta) >_T = \boxed{I_m^0 \frac{\text{sen}^2 \alpha}{\alpha^2}}, \text{ dato che: } \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} < E_0^2 \cos^2 \phi_0 >_T = I_{medio}(\theta = 0) = I_m^0$$

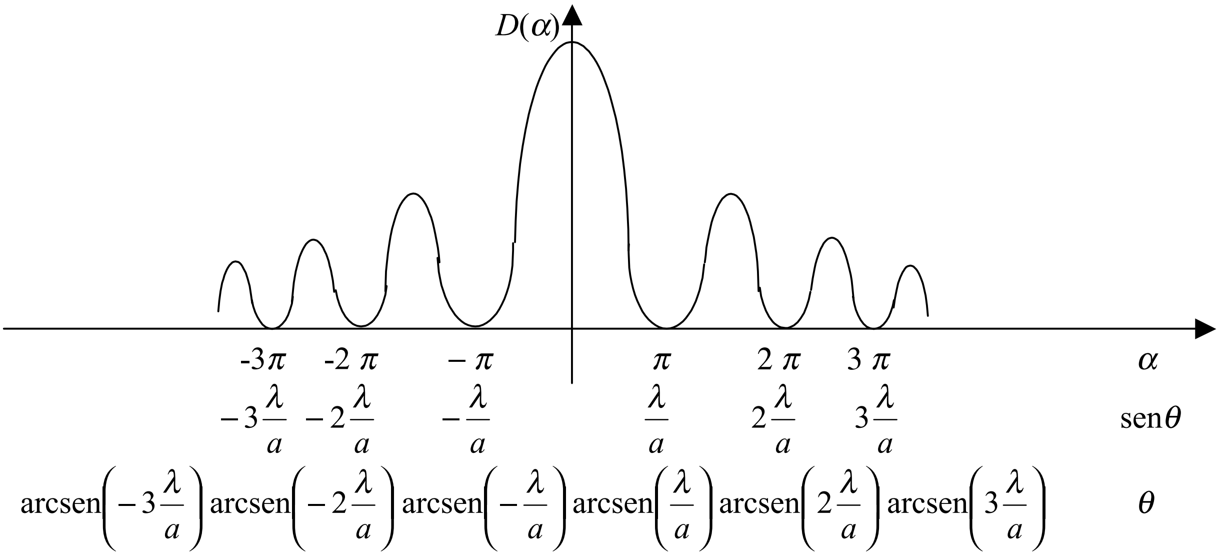
N.B. α è costante nel tempo quindi non si considera nella media temporale.

e ponendo: $$\boxed{D(\alpha) = \frac{\text{sen}^2 \alpha}{\alpha^2}}$$ *fattore di diffrazione*

$$\boxed{I(\theta) = I_m^0 D(\alpha)}$$

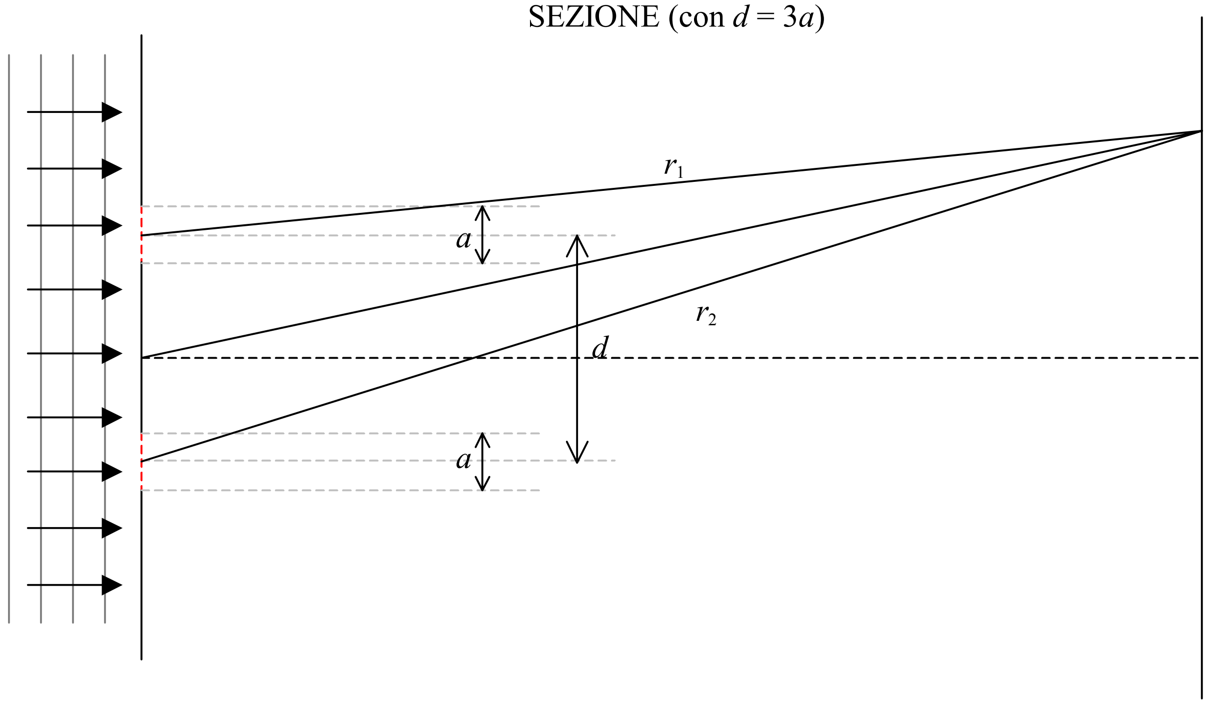
$$D(\alpha) = \begin{cases} \max = 1 \text{ per } \alpha = 0\text{, quindi per } \theta = 0 \\ \min = 0 \text{ per } \alpha = \pm m\pi\text{, quindi per } \theta = \text{arcsen}\left(\pm m \frac{\lambda}{a}\right) \end{cases}$$

Il grafico di $D(\alpha)$ è dato dal prodotto delle funzioni: $\text{sen}^2 \alpha$ e $\frac{1}{\alpha^2}$.



Diffrazione da una apertura rettangolare.
Consideriamo adesso una apertura rettangolare di lati *a* e *b*.

Diffrazione da due fenditure.Interferenza tra le intensità diffratte.
Consideriamo adesso il caso di uno schermo opaco con due strette fenditure fra loro parallele; supponiamo che le due fenditure abbiano la stessa lunghezza *a* e che i loro centri siano a distanza *d*. Consideriamo sempre un fascio di raggi paralleli che incidono perpendicolarmente sulla doppia fenditura (quindi fronti d’onda paralleli al piano dello schermo sul quale sono praticate le fenditure).
Per determinare la perturbazione ottica risultante dalla sovrapposizione delle due figure di diffrazione, dobbiamo considerare gli effetti di interferenza tra le perturbazioni che arrivano ad un dato punto *P* del piano di osservazione dalle due fessure.



Le perturbazioni ottiche E_1 ed E_2 prodotte in P dalle due fenditure separatamente sono rappresentate dalle seguenti equazioni:

$$E_1 = E_0 \cos\phi_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha_1}{\alpha_1}, \text{ con } \alpha_1 = \frac{\pi}{\lambda} a \operatorname{sen}\theta_1$$ <u>ampiezze uguali</u>

$$E_2 = E_0 \cos\phi_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha_2}{\alpha_2}, \text{ con } \alpha_2 = \frac{\pi}{\lambda} a \operatorname{sen}\theta_2$$

Supponiamo di essere in queste condizioni:
Il campo elettrico totale al di là della fenditura, cioè nel punto P è dato da:

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} e^{j\phi_0}\left(1 + e^{jk\delta}\right)$$

ma $k\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \operatorname{sen}\theta$ da cui:

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} e^{j\phi_0}\left(e^{jk\frac{\delta}{2}} \cdot e^{-jk\frac{\delta}{2}} + e^{jk\frac{\delta}{2}} \cdot e^{jk\frac{\delta}{2}}\right)$$

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} e^{\left(j\phi_0 + k\frac{\delta}{2}\right)}\left(\frac{e^{jk\frac{\delta}{2}} + e^{-jk\frac{\delta}{2}}}{2}\right) \cdot 2$$

e per le formule di Eulero:

$$E = 2E_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} e^{\left(j\phi_0 + k\frac{\delta}{2}\right)} \cos k\frac{\delta}{2}$$

$$\phi_0 + k\frac{\delta}{2} = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} = \frac{\phi_0 + \phi_0 + k\delta}{2} = \phi_0 + k\frac{\delta}{2} = \phi_{m(=medio)}$$

$$E = 2E_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} e^{\phi_m} \cos k\frac{\delta}{2}$$

e passando dalla notazione esponenziale alla parte reale della notazione algebrica:

$$E(\theta) = 2E_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} \cos\phi_m \cos k\frac{\delta}{2}$$

e ponendo:

$$\boxed{\gamma = k\frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{\lambda} d \operatorname{sen}\theta}$$

dove $\frac{d}{\lambda}$ è la parte più importante in quanto confronta la distanza tra le due fenditure (d) con la lunghezza d'onda (λ), si ha:

$$\boxed{E(\theta) = 2E_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} \cos\phi_m \cos\gamma}$$

Valutiamo ora la distribuzione angolare dell'intensità luminosa:

$$I(\theta) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} < E^2(\theta) >_T = 4E_0^2 \frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{\alpha^2} < \cos^2\phi_m > \cos^2\gamma$$

$$\boxed{D(\alpha) = \frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{\alpha^2}}$$

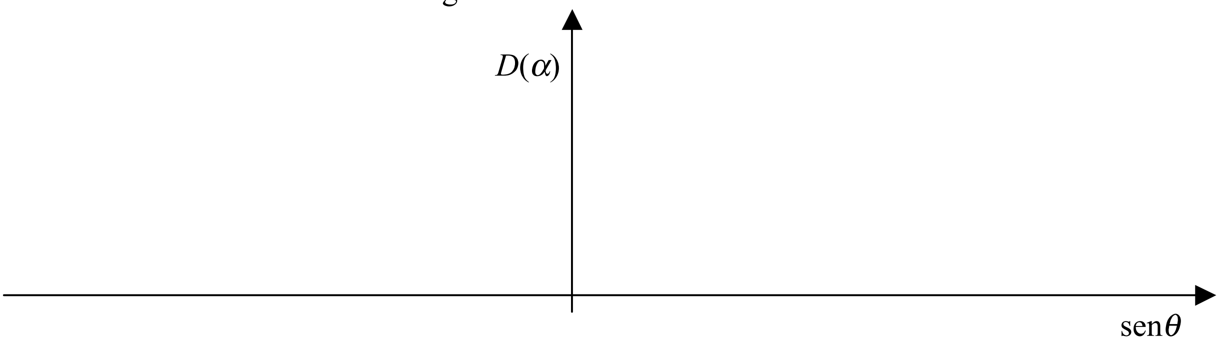
dato che: $\boxed{I_{medio}(\theta = 0) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{E_0^2}{2}}$ intensità media per $\theta = 0$

$$I(\theta) = 4 I_m(0) D(\alpha) \cos^2\gamma$$

$I_m^D = I_m(0) D(\alpha)$ <u>*intensità media diffratta*</u>

$$\boxed{I(\theta) = 4 I_m^D \cos^2\gamma}$$

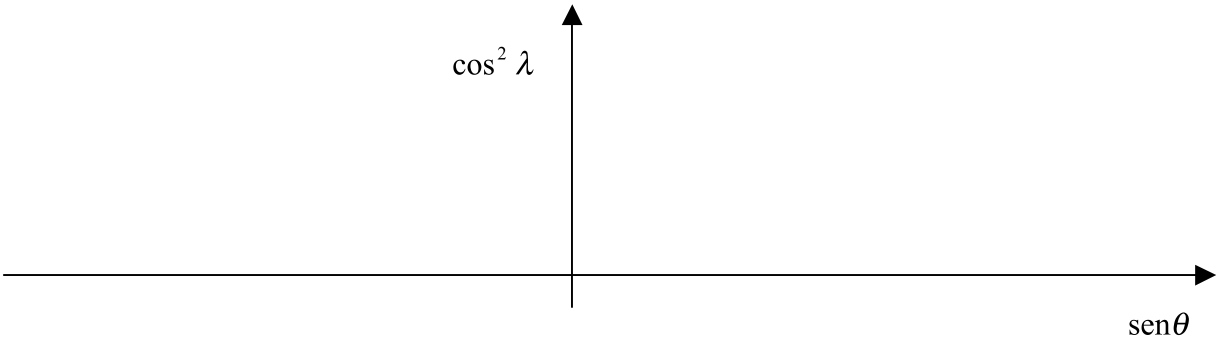
Il termine $\frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{\alpha}$ (*termine di diffrazione*) è lo stesso che compare nell'espressione per la distribuzione di intensità nella figura di diffrazione di una singola fenditura.
Il termine $\cos^2\lambda$ (*termine di interferenza*) è uguale al termine che compare nell'espressione della distribuzione di intensità risultante dall'interferenza di due onde.
Quindi la (*) può essere interpretata come l'espressione dell'intensità risultante dall'interferenza di due onde diffratte le cui intensità sono uguali a …



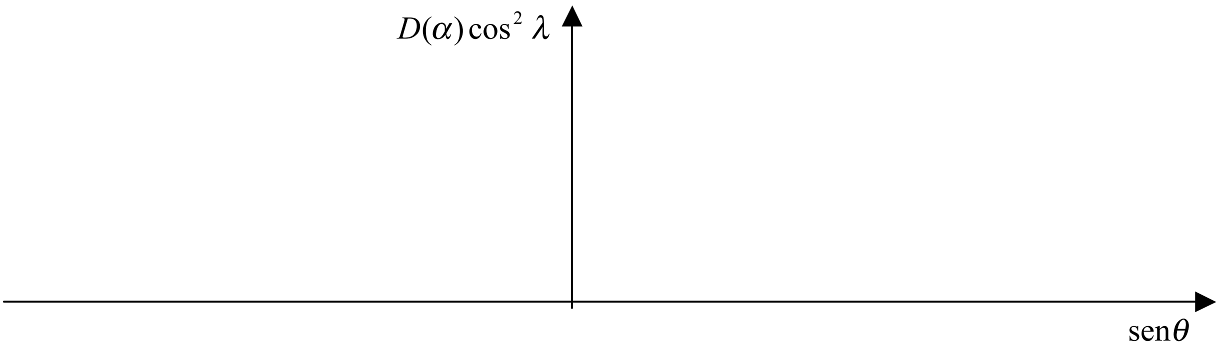
max = 1 per $\alpha = 0$, quindi per $\operatorname{sen}\theta = 0$

$D(\alpha) =$

$$\min = 0 \text{ per } \alpha = \pm m\pi \text{, quindi per } \operatorname{sen}\theta = \pm m\frac{\lambda}{a}$$



$$\cos^2\lambda \begin{cases} = 0 \text{ per } \lambda = (2m+1)\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \operatorname{sen}\theta = (2m+1)\dfrac{\lambda}{2d} \\ = 1 \text{ per } \lambda = m\pi \Rightarrow \operatorname{sen}\theta = m\pi\dfrac{\lambda}{d} \end{cases}$$



Diffrazione da un reticolo.
Consideriamo adesso il caso di uno schermo opaco con N fenditure parallele di lunghezza a ed equidistanti tra loro; la distanza d fra le fenditure si dice passo del reticolo.

$$\left.\begin{array}{l} r_i \cong \text{costante} \rightarrow r \\ \theta_i \cong \text{costante} \rightarrow \theta \end{array}\right\} \alpha_i \cong \text{costante} \rightarrow \alpha$$

$$E(\theta) = \sum_{i=1}^{N} E_i(\theta_i) = E_o \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\sum_{i=1}^{N} e^{j\phi_i} \text{, visto che } E_i(\theta_i) = E_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} e^{j\phi_i}$$

ϕ_i è la fase del campo diffratto dalla fenditura *i*-esima.

$\phi_1 = \phi_0$

$\phi_2 = \phi_0 + k\,\delta$

$\phi_2 = \phi_0 + 2k\,\delta$

.

.

$\boxed{\phi_i = \phi_0 + k\,\delta(i-1)}$

$$E(\theta) = E_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} e^{j\phi_0} \sum_{i=1}^{N} e^{jk\delta(i-1)} = E_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} e^{j\phi_0} \sum_{i=0}^{N-1} e^{jk\delta i}$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} a\,c^i = a + a\,c + a\,c^2 + \ldots + a\,c^{N-1} = a\frac{c^{N+1}-1}{c-1}$$

con $a = 1$ e $c = e^{jk\delta}$.

Quindi:

$$E(\theta) = E_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} e^{j\phi_0} \frac{e^{jk\delta N}-1}{e^{jk\delta}-1} = E_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} e^{j\phi_0} \frac{e^{\frac{jk\delta N}{2}} \cdot e^{\frac{jk\delta N}{2}} - e^{\frac{jk\delta N}{2}} \cdot e^{-\frac{jk\delta N}{2}}}{e^{\frac{jk\delta}{2}} \cdot e^{\frac{jk\delta}{2}} - e^{\frac{jk\delta}{2}} \cdot e^{-\frac{jk\delta}{2}}} =$$

$$= E_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} e^{j\phi_0} e^{j\left(\frac{k\delta N}{2} - \frac{k\delta}{2}\right)} \frac{e^{\frac{jk\delta N}{2}} - e^{-\frac{jk\delta N}{2}}}{e^{\frac{jk\delta}{2}} - e^{-\frac{jk\delta}{2}}} \frac{2j}{2j} = E_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} e^{j\phi_0} e^{jk\frac{\delta}{2}(N-1)} \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{k\delta N}{2}\right)}{\operatorname{sen}\left(k\frac{\delta}{2}\right)}$$

la differenza di fase media delle N fenditure risulta:

$$\frac{\phi_1 + \phi_2 + \ldots + \phi_N}{N} = \phi_0 + k\frac{\delta}{2}(N-1) = \phi_{m(=media)}$$

$E(\theta) = E_0 \dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} e^{j\phi_m} \dfrac{\operatorname{sen}(N\gamma)}{\operatorname{sen}\gamma}$, con $\gamma = k\dfrac{\delta}{2} = \dfrac{\pi}{\lambda} d \operatorname{sen}\theta$ differenza di fase media relativa ad una coppia di fenditure

$$\boxed{E(\theta) = E_0 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha} \cos\phi_m \frac{\operatorname{sen}(N\gamma)}{\operatorname{sen}\gamma}}$$

$$I(\theta) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} < E^2(\theta) >_T = \frac{N^2}{N^2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 < \cos^2\phi_m > \frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{\alpha^2} \frac{\operatorname{sen}^2(N\gamma)}{\operatorname{sen}^2\gamma}$$

$I_m(0) = \dfrac{1}{N^2} \sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 < \cos^2\phi_m >= \dfrac{1}{N^2}$ intensità media in direzione $\theta = 0$

$$\frac{\operatorname{sen}^2\alpha}{\alpha^2} = D(\alpha)$$

$\dfrac{\operatorname{sen}^2(N\gamma)}{\operatorname{sen}^2\gamma}$ *termine di interferenza*

$I_m^D = I_m(0)\,D(\alpha)$ intensità diffratta media

$$\boxed{I(\theta) = N^2 I_m^D\, D(\alpha)}$$

$N\gamma$ rappresenta la differenza di fase globale delle N fenditure

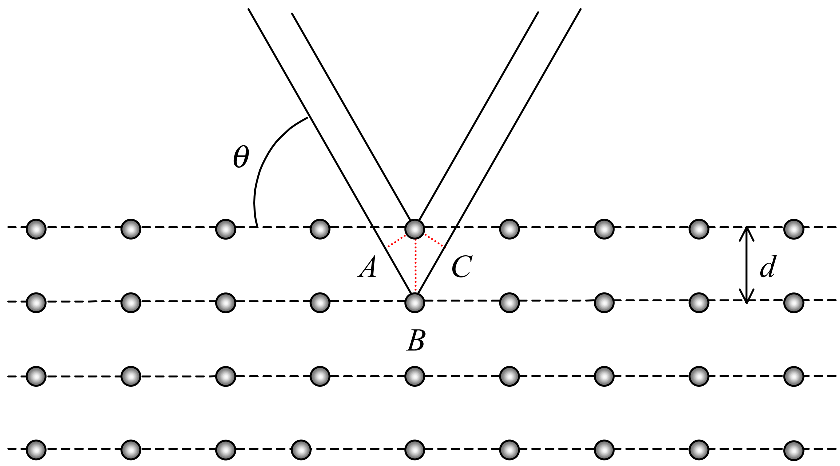
$$D(\alpha) = \begin{cases} \max = 1 \text{ per } \alpha = 0, \text{ quindi per } \operatorname{sen}\theta = 0 \\ \min = 0 \text{ per } \alpha = \pm m\pi, \text{ quindi per } \operatorname{sen}\theta = \pm m\dfrac{\lambda}{a} \end{cases}$$

$\operatorname{sen}^2 \gamma = 0$ per $\gamma = m\pi \;\Rightarrow\; \operatorname{sen}\theta = m\dfrac{\lambda}{d}$, con m intero

$\operatorname{sen}^2 N\gamma \neq 0$ per $N\gamma \neq l\pi$, con l intero

Reticoli cristallini e diffrazione dei raggi X.

Consideriamo un cristallo di cloruro di sodio ed immaginiamo di inviare un pennello di raggi X sulla sua superficie in una direzione formante un angolo θ con i piani reticolari. Una parte dei raggi X incidenti viene diffusa dagli atomi situati sul primo piano reticolare, mentre un'altra parte viene diffusa dagli atomi del secondo piano reticolare e così via.



Applichiamo il principio di Huygens a questo problema allo scopo di riconoscere con considerazioni elementari in quali direzioni si abbia un massimo di intensità dei raggi X diffusi.
Le onde diffuse dai singoli atomi del primo piano reticolare hanno come inviluppo un'onda piana che si propaga in una direzione formante un angolo θ con la normale. Dato che la stessa considerazione vale per qualsiasi altro piano reticolare, potremo dire che le cose vanno come se una frazione dei raggi X incidenti si riflettesse su ciascuno di esse come su uno specchio.
Quindi le considerazioni da fare sono analoghe a quelle fatte per l'interferenza per riflessione su lamine sottili.
Si avrà dunque interferenza costruttiva se e solo se la differenza di cammino ottico è uguale ad un multiplo intero della lunghezza d'onda.
In questo caso la differenza di percorso fra due raggi è pari a:

$$AB + BC = 2\,d\,\text{sen}\,\theta$$

avendo indicato con d la distanza fra due piani reticolari successivi (caratteristica del cristallo). Potremo quindi dire che i raggi X diffusi dal cristallo presentano un massimo di intensità tutte le volte che l'angolo di incidenza è tale che:

$$\boxed{2\,d\,\text{sen}\,\theta = n\,\lambda} \qquad \textbf{Legge di Bragg}$$

con $k = 1,2,3,...$

In queste condizioni le onde diffuse dal 1°, 2°, 3°, ecc. piano reticolare interferiscono dando luogo ad un massimo di intensità nella direzione giacente nel piano determinato dalla direzione di propagazione dell'onda incidente e dalla normale ai piani cristallini e formante con questa l'angolo θ. Per i valori di θ che non soddisfano la condizione di Bragg, i raggi X diffusi dai vari piani reticolari interferiscono dando luogo a buio.