

DIELETTICI.

COSTANTE DIELETTICA RELATIVA NEI DIELETTICI ISOTROPI.

Se si paragonano due situazioni elettrostatiche uguali per tutto tranne per il fatto che in un caso le cariche che generano il campo sono nel vuoto e nell'altro il mezzo è un dielettrico omogeneo che occupa tutto lo spazio che interessa il campo, si ha sempre:

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{F}_0}{\epsilon_r} \qquad \mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_0}{\epsilon_r} \qquad V = \frac{V_0}{\epsilon_r} \qquad C = \epsilon_r C_0$$

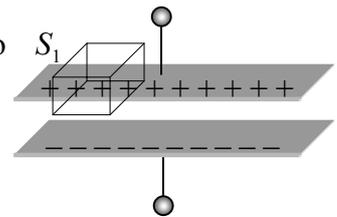
essendo ϵ_r un numero puro, sempre maggiore di 1, che dipende dalla natura del dielettrico e che viene chiamato *costante dielettrica relativa al vuoto*.

POLARIZZAZIONE DI UN DIELETTICO OMOGENEO ED ISOTROPO.

Consideriamo un condensatore piano in condizioni di vuoto.

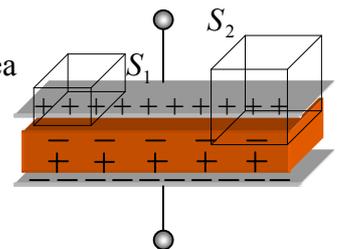
Il campo elettrico è ortogonale alle armature del condensatore ed applicando il teorema di Gauss al parallelepipedo S_1 si ottiene:

$$\mathbf{E}_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \hat{\mathbf{n}}$$



Poniamo adesso tra le armature un dielettrico.

Si riscontra che la d.d.p. fra le due armature (che è sempre l'integrale di linea fra di esse) è diminuita. Si noti inoltre che il campo elettrico in un punto fra le armature fuori del dielettrico è ancora \mathbf{E}_0 (per il teorema di Gauss applicato ad S_1). Si deduce quindi che il campo elettrico \mathbf{E} nel dielettrico è diverso da \mathbf{E}_0 e più piccolo di esso. Se ora si applica il teorema di Gauss applicato ad S_2 si vede che perché sia $\mathbf{E} < \mathbf{E}_0$ la carica totale nell'interno di esso deve essere più piccola di quella dovuta a σ_v . Da ciò si conclude, tenuto conto dell'uniformità della perturbazione nell'interno del dielettrico nel caso particolare qui considerato, che sulla superficie del dielettrico affacciata alla armatura positiva vi deve essere una carica negativa distribuita con una densità $\sigma_p < \sigma_v$. Sulla superficie del dielettrico che fronteggia l'armatura negativa vi è naturalmente una carica positiva con la stessa densità σ_p . Questo stato particolare, prodotto da un campo elettrico in un dielettrico, si dice di polarizzazione e le cariche sul dielettrico cariche di polarizzazione.



I VETTORI INTENSITÀ DI POLARIZZAZIONE E INDUZIONE DIELETTRICA.

L'applicazione del teorema di Gauss al parallelepipedo di superficie S_2 consente di ottenere per il campo elettrico macroscopico nel dielettrico:

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma_v - \sigma_p}{\epsilon_0} \cdot \hat{\mathbf{n}}$$

dove $\frac{\sigma_v}{\epsilon_0}$ rappresenta il campo elettrico associato alle cariche libere (*vere*) sulle armature

$\frac{\sigma_p}{\epsilon_0}$ rappresenta il campo elettrico associato alle cariche di *polarizzazione*

e da cui risulta evidente che la determinazione di \mathbf{E} nel dielettrico richiede la conoscenza oltre che la densità delle cariche libere anche la densità delle *cariche di polarizzazione*.

Possiamo quindi scrivere:

$$\epsilon_0 \mathbf{E} = \sigma_v \hat{\mathbf{n}} - \sigma_p \hat{\mathbf{n}} \quad \Leftrightarrow \quad \epsilon_0 \mathbf{E} + \sigma_p \hat{\mathbf{n}} = \sigma_v \hat{\mathbf{n}}$$

Definiamo un nuovo vettore, detto *induzione dielettrica* \mathbf{D} :

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \sigma_p \hat{\mathbf{n}} = \sigma_v \hat{\mathbf{n}} \quad \frac{\text{Coulomb}}{\text{metro}^2}$$

Definiamo un altro vettore, detto *intensità di polarizzazione* \mathbf{P} :

$$\mathbf{P} = \sigma_p \hat{\mathbf{n}} \quad \frac{\text{Coulomb}}{\text{metro}^2} \quad (\text{così si ha: } \mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P})$$

da cui si ha che la densità superficiale delle cariche dovute alla polarizzazione di un dielettrico è uguale alla componente di \mathbf{P} nella direzione della normale esterna alla superficie del dielettrico.

Nel vuoto $\mathbf{P} = 0$, possiamo descrivere i fenomeni elettrici in termini di \mathbf{E} o di \mathbf{D} .

Il campo elettrico produce una modificazione microscopica nella struttura del dielettrico, allineando i dipoli esistenti o inducendoli, uno attaccato all'altro. Perciò, internamente al dielettrico, i singoli contributi si compensano.

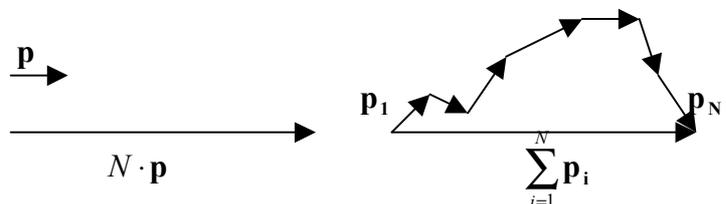
$$P = \sigma_p = \frac{q}{S} = \frac{q}{S} \cdot \frac{d}{d} = \frac{p}{V}$$

$$\mathbf{P} = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i}{\tau} = n \cdot \mathbf{p}$$

\mathbf{P} è dato dal rapporto della somma dei momenti di dipolo elettrico indotti nel volume τ ed il volume τ

\mathbf{p} è il momento di dipolo medio

$$n = \frac{N}{\tau} \quad \frac{1}{\text{metro}^3} \quad N \cdot \mathbf{p} = \sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i$$



POLARIZZAZIONE MOLECOLARE E SUSCETTIVITÀ ELETTRICA.

Dal teorema di Gauss in forma differenziale si ha :

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_0 = \nabla \cdot \mathbf{E}_0 = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

In questo caso bisogna considerare una densità di carica di polarizzazione ρ_p e quindi possiamo scrivere:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho - \rho_p}{\epsilon_0} \quad \Leftrightarrow \quad \nabla \cdot \epsilon_0 \mathbf{E} = \rho - \rho_p$$

poniamo: $\nabla \cdot \mathbf{P} = \rho_p$

visto che anche le cariche di polarizzazione sono sorgenti di un campo elettrico di polarizzazione:

$$\frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0} = \mathbf{E}_p \quad \text{e} \quad \operatorname{div} \mathbf{E}_p = \nabla \cdot \mathbf{E}_p = \frac{\rho_p}{\epsilon_0} \quad \text{da cui:} \quad \operatorname{div} \mathbf{P} = \nabla \cdot \mathbf{P} = \rho_p$$

$$\nabla \cdot \epsilon_0 \mathbf{E} + \nabla \cdot \mathbf{P} = \rho \quad \Leftrightarrow \quad \nabla \cdot (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) = \rho \quad \text{da cui si ha:}$$

$$\boxed{\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho} \quad (\text{notando che } \rho \equiv \sigma_v, \text{ nel caso del condensatore})$$

Analogamente a quello che avviene nel campo elettrico nel vuoto ($\nabla \cdot \mathbf{E}_0 = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ e $\Phi_S(\mathbf{E}_0) = \frac{q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$,

dove q_{int} indica la somma algebrica delle cariche interne alla superficie S) si ha:

$$\boxed{\Phi_S(\mathbf{P}) = \int_S \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = \int_\tau \nabla \cdot \mathbf{P} d\tau = \int_\tau \rho_p d\tau = q_p}$$

$$\boxed{\Phi_S(\mathbf{D}) = q_v}$$

Nel caso di sostanze isotrope ed entro vasti limiti del campo elettrico, il vettore \mathbf{P} è parallelo e semplicemente proporzionale ad \mathbf{E} . In questi casi, che sono tuttavia i più frequenti, si usa scrivere:

$$\boxed{\mathbf{P} = \chi_E \epsilon_0 \mathbf{E}}$$

dove la costante χ_E prende il nome di *suscettività dielettrica del materiale*, da cui si ottiene:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} (1 + \chi_E)$$

e ponendo $1 + \chi_E = \epsilon_r$, con ϵ_r costante dielettrica relativa al vuoto si ha:

$$\boxed{\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}} \quad \text{ove si è posto } \epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

poiché $\epsilon_r > 1$ sempre si ha sempre $\chi_E > 0$ perciò \mathbf{P} è equiverso ad \mathbf{E} quindi si somma ad \mathbf{E} .

N.B. Se il materiale dielettrico non è omogeneo ed isotropo si ha che:

$$\mathbf{D} = \underline{\underline{\epsilon}} \mathbf{E} \quad \text{ma in questo caso } \underline{\underline{\epsilon}} \text{ è un tensore}$$

RIGIDITÀ DIELETTRICA.

Per ogni dielettrico esiste un valore limite del campo **E**, oltrepassato il quale si ha il passaggio di una scarica attraverso il dielettrico stesso; questo campo limite viene chiamato *rigidità dielettrica*. In realtà la rigidità dielettrica non è una costante caratteristica del dielettrico come per esempio la costante dielettrica; essa dipende dallo stato di purezza del dielettrico, dalla forma degli elettrodi usati e dallo spessore del dielettrico considerato.

APPROSSIMAZIONE DI UN CAMPO LOCALE NEI LIQUIDI. POLARIZZABILITÀ NEI SOLIDI.