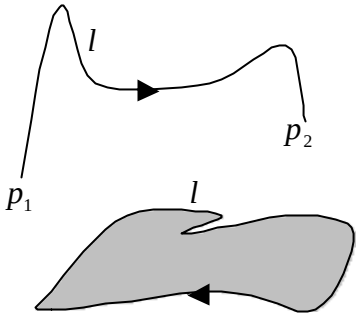
CAMPI CONSERVATIVI

I campi vettoriali che si possono rappresentare come gradienti di grandezze scalari, costituiscono una assai ristretta categoria; essi vengono indicati con il nome di *campi conservativi.*

$$\mathbf{v} = grad\ u$$



$\mathbf{v} = grad\ u$ ($\mathbf{v}$ campo conservativo) $\Leftrightarrow \int_{l(p_1,p_2)} \mathbf{v}\cdot d\mathbf{l} = u(p_2) - u(p_1)$

$$\Leftrightarrow \oint_l \mathbf{v}\cdot d\mathbf{l} = 0 \quad \forall \text{ curva chiusa } l$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{\partial v_y}{\partial x},\quad \frac{\partial v_x}{\partial z} = \frac{\partial v_z}{\partial x},\quad \frac{\partial v_y}{\partial z} = \frac{\partial v_z}{\partial y} \quad \forall x, y, z$$

$$\Leftrightarrow rot\ \mathbf{v} = 0 \ (\mathbf{v} \text{ campo irrotazionale})$$

CAMPI SOLENOIDALI

Un campo vettoriale, la cui divergenza sia nulla (cioè $div\ \mathbf{v} = 0$) in tutti i punti di una certa regione dello spazio, si dice *solenoidale* in quella regione.
Dal teorema della divergenza segue che:

a) il flusso uscente da una superficie chiusa qualunque di un campo solenoidale è sempre nullo.
b) in un campo solenoidale il flusso (o il numero di linee di flusso) che attraversa una sezione di un tubo di flusso ha lo stesso valore qualunque sia la sezione attraversata.
c) i valori del flusso di un campo solenoidale, attraverso due diverse superfici S ed S' aventi come contorno la stessa linea chiusa l sono sempre uguali tra loro; ciò fa sì che per un campo solenoidale si possa parlare di flusso concatenato con una linea chiusa senza specificare attraverso quale delle infinite superfici che hanno quella linea chiusa come contorno si debba calcolare il flusso.

CAMPI CONSERVATIVI E SOLENOIDALI

Se il campo vettoriale in esame, oltre ad essere conservativo ($\mathbf{v} = grad\ u$), è solenoidale ($div\ \mathbf{v} = 0$), in una certa regione dello spazio segue che in quella regione:

$$div\ \mathbf{v} = div\ grad\ u = \nabla\cdot(\nabla u) = \nabla^2 u = \Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$